SCIENCE HUB REVIEW
2026
Volume 1
Issue 5
www.sciencehubreview.uz
ILMIY ELEKTRON JURNAL

To‘plam quvvati. Sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar

Mirzayeva Ziyodaxon Uktamjonovna

“University of economics and pedagogy” NOTM o‘qituvchisi

ziyodamirzayeva60@gmail.com

Ismoilova Marjona Lutfilloh qizi

“University of economics and pedagogy” NOTM Boshlang‘ich ta’lim yo‘nalishi 2-bosqich talabasi

Anotatsiya

Mazkur maqolada to‘plamlar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri bo‘lgan to‘plam quvvati, shuningdek sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar haqida batafsil ma’lumot beriladi. To‘plam quvvati tushunchasi orqali to‘plam elementlarining soni va ularni taqqoslash usullari yoritiladi. Sanoqli to‘plamlar, ya’ni elementlarini natural sonlar bilan moslashtirish mumkin bo‘lgan to‘plamlar hamda sanoqsiz to‘plamlar, ya’ni bunday moslikni amalga oshirib bo‘lmaydigan to‘plamlar o‘rtasidagi farqlar tushuntiriladi. Maqolada ushbu tushunchalarning matematik asoslari, ularning amaliy ahamiyati va misollar orqali izohi keltiriladi. Bundan tashqari, cheksiz to‘plamlar nazariyasining rivojlanishida bu tushunchalarning o‘rni alohida ta’kidlanadi.

Kalit so‘zlar

to‘plam, to‘plam quvvati, sanoqli to‘plam, sanoqsiz to‘plam, cheksiz to‘plam, natural sonlar, moslik

Kirish

Matematikaning asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lgan to‘plamlar nazariyasi zamonaviy matematik tafakkurning poydevorini tashkil etadi. Ushbu nazariya yordamida turli matematik obyektlar yagona tizim asosida o‘rganiladi. To‘plam tushunchasi oddiy ko‘rinishiga qaramay, u juda chuqur mazmunga ega bo‘lib, matematik analiz, algebra va boshqa ko‘plab fanlarning rivojlanishida muhim rol o‘ynaydi.

To‘plamlar nazariyasida muhim tushunchalardan biri bu - to‘plam quvvatidir. To‘plam quvvati deganda, uning nechta elementdan iborat ekanligi tushuniladi. Chekli to‘plamlar uchun bu tushuncha oddiy hisoblash orqali aniqlanadi, ammo cheksiz to‘plamlar uchun bu masala ancha murakkablashadi. Shu sababli matematikada sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar tushunchalari kiritilgan.

Sanoqli to‘plamlar shunday to‘plamlarki, ularning elementlarini natural sonlar bilan birma-bir moslashtirish mumkin. Boshqacha aytganda, ularni sanab chiqish mumkin. Sanoqsiz to‘plamlar esa bunday xususiyatga ega emas, ya’ni ularni sanab chiqishning imkoni yo‘q.

Ushbu maqolada aynan to‘plam quvvati, sanoqli va sanoqsiz to‘plamlarning mohiyati, ularning o‘ziga xos jihatlari va matematikadagi o‘rni keng yoritib beriladi.

Asosiy qism

To‘plamlar nazariyasida muhim tushunchalardan biri bu - to‘plam quvvatidir. To‘plam quvvati deganda, to‘plamdagi elementlar soni yoki uning “hajmi” tushuniladi. Chekli to‘plamlar uchun quvvatni aniqlash oddiy sanash orqali amalga oshiriladi. Masalan, A = {1, 2, 3, 4} to‘plamining quvvati 4 ga teng. Ammo cheksiz to‘plamlar uchun quvvatni aniqlash ancha murakkab bo‘lib, bu yerda maxsus matematik yondashuvlar qo‘llaniladi.

Cheksiz to‘plamlarni o‘rganishda ular ikki turga ajratiladi: sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar. Sanoqli to‘plamlar shunday to‘plamlarki, ularning elementlarini natural sonlar to‘plami bilan birma-bir moslashtirish mumkin. Ya’ni, har bir elementga bittadan natural son mos keladi va aksincha. Masalan, natural sonlar to‘plami (N), butun sonlar to‘plami (Z) va ratsional sonlar to‘plami (Q) sanoqli to‘plamlarga kiradi.

Qiziqarli jihati shundaki, butun sonlar va hatto ratsional sonlar to‘plami ham cheksiz bo‘lishiga qaramay, ular sanoqli hisoblanadi. Bu shuni anglatadiki, ularni ma’lum tartibda joylashtirib, ketma-ket sanab chiqish mumkin. Masalan, butun sonlarni 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3 tarzida tartiblash orqali ularni natural sonlar bilan moslashtirish mumkin.

Sanoqsiz to‘plamlar esa butunlay boshqa xususiyatga ega. Bunday to‘plamlarning elementlarini natural sonlar bilan moslashtirib bo‘lmaydi. Eng mashhur misollardan biri - haqiqiy sonlar to‘plami (R). Masalan, [0,1] oraliqdagi haqiqiy sonlar to‘plami sanoqsiz

hisoblanadi. Nemis matematigi Georg Kantor isbotlaganidek, bu to‘plam elementlarini hech qanday tartibda natural sonlar bilan to‘liq moslashtirib bo‘lmaydi.

Kantorning diagonal usuli sanoqsiz to‘plamlar mavjudligini ko‘rsatishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu usul orqali hatto eng kichik oraliqdagi haqiqiy sonlar ham sanoqsiz ekanligi isbotlangan. Bu esa matematikada cheksizlik tushunchasining turli darajalari mavjud ekanligini ko‘rsatadi.

To‘plam quvvatlarini taqqoslash uchun matematikada biyeksiya tushunchasi qo‘llaniladi. Agar ikkita to‘plam o‘rtasida o‘zaro bir qiymatli moslik mavjud bo‘lsa, ular teng quvvatli hisoblanadi. Masalan, natural sonlar va juft sonlar to‘plami teng quvvatga ega, chunki ular o‘rtasida $n \rightarrow 2n$ ko‘rinishidagi moslik mavjud.

Sanoqli to‘plamlarning quvvati odatda $\aleph_0$ (alef nol) bilan belgilanadi. Sanoqsiz to‘plamlarning quvvati esa undan kattaroq bo‘ladi. Masalan, haqiqiy sonlar to‘plamining quvvati c (kontinuum quvvati) bilan ifodalanadi.

To‘plamlar nazariyasining ushbu tushunchalari nafaqat nazariy matematika, balki informatika, mantiq va boshqa fanlarda ham keng qo‘llaniladi. Masalan, algoritmlar nazariyasida ma’lumotlar to‘plamini tahlil qilishda yoki kompyuter xotirasini baholashda to‘plam quvvati tushunchasi muhim ahamiyatga ega.

Shunday qilib, to‘plam quvvati, sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar matematik tafakkurning muhim asoslarini tashkil etadi va ular orqali cheksizlik tushunchasi chuqurroq o‘rganiladi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, to‘plam quvvati matematikada muhim tushuncha bo‘lib, u to‘plam elementlarining sonini aniqlash va turli to‘plamlarni o‘zaro taqqoslash imkonini beradi. Chekli to‘plamlar uchun bu jarayon oddiy bo‘lsa-da, cheksiz to‘plamlar uchun u ancha murakkab va qiziqarli masalalarni yuzaga keltiradi.

Sanoqli to‘plamlar, ya’ni natural sonlar bilan moslashtirish mumkin bo‘lgan to‘plamlar, matematikada muhim o‘rin tutadi. Ular yordamida ko‘plab matematik obyektlar tartiblanadi va o‘rganiladi. Sanoqsiz to‘plamlar esa bundan ham murakkabroq bo‘lib, ularning mavjudligi matematik tafakkurning yangi bosqichga ko‘tarilishiga sabab bo‘lgan.

Georg Kantorning ishlari natijasida cheksiz to‘plamlarning turli darajalari mavjudligi aniqlangan. Bu esa matematikada cheksizlik tushunchasini yanada chuqurroq anglashga yordam berdi. Ayniqsa, haqiqiy sonlar to‘plamining sanoqsizligi matematik analiz va boshqa sohalarda muhim ahamiyatga ega.

Umuman olganda, to‘plam quvvati, sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar tushunchalari nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega bo‘lib, ular zamonaviy matematikaning ajralmas qismi hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. Moskva: Nauka, 1989. 45-52-betlar.

2. Cantor G. Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers. Dover Publications, 1955. pp. 73-85.

3. Halmos P.R. Naive Set Theory. Springer, 1974. pp. 23-30.

4. Rosen K.H. Discrete Mathematics and Its Applications. McGraw-Hill, 2012. pp. 67-75.

5. Xodjayev B.X. Diskret matematika asoslari. Toshkent: O‘qituvchi, 2010. 88-95-betlar.

6. To‘xtayev N. Oliy matematika. Toshkent: Fan, 2006. 102-108-betlar.