EHTIMOLIY-STATISTIK METODLAR ASOSIDA BOSHLANG‘ICH SINF O‘QUVCHILARINING MATEMATIK BILIMLARINI DIAGNOSTIKA QILISH

Meyliyev Sobirjon Xolmurodovich

Nizomiy Ganjaviy nomidagi O‘zMPU “Boshlang‘ich ta’lim nazariyasi va metodikasi” kafedrasi dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi (PhD)

Salimboyeva Maknuna Omonboy qizi

Nizomiy Ganjaviy nomidagi O‘zMPU Ta’lim va tarbiya nazariyasi va metodikasi (Boshlang‘ich ta’lim) magistranti

Annotatsiya. Maqolada boshlang‘ich sinf o‘quvchilarining matematik bilimlarini ehtimoliy-statistik metodlar yordamida diagnostika qilishning ilmiy-metodik asoslari yoritilgan. Topshiriqlarning qiyinligi, test ishonchliligi va o‘quvchilarning o‘zlashtirish darajasini baholash uchun tanlanma ko‘rsatkichlari, ishonch oraliqlari, Pirson xi-kvadrat mezoni, Kronbax alfa koeffitsienti va Bayes teoremasidan foydalanish tartibi taklif etilgan. Yondashuv 40 nafar o‘quvchidan iborat modelli (illyustrativ) ma’lumotlar misolida ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: boshlang‘ich ta’lim, matematika, pedagogik diagnostika, ehtimollar nazariyasi, matematik statistika, ishonch oralig‘i, xi-kvadrat mezoni, Bayes teoremasi.

Аннотация. В статье освещаются научно-методические основы диагностики математических знаний учащихся начальных классов с использованием вероятностно-статистических методов. Предлагается порядок применения выборочных показателей, доверительных интервалов, критерия хи-квадрат Пирсона, коэффициента альфа Кронбаха и теоремы Байеса для оценки сложности заданий, надёжности теста и уровня усвоения знаний учащимися. Подход продемонстрирован на примере модельных (иллюстративных) данных, включающих 40 учащихся.

Ключевые слова: начальное образование, математика, педагогическая диагностика, теория вероятностей, математическая статистика, доверительный интервал, критерий хи-квадрат, теорема Байеса.

Abstract. The article examines the scientific and methodological foundations of diagnosing primary school students’ mathematical knowledge using probabilistic and

statistical methods. It proposes procedures for applying sample statistics, confidence intervals, the Pearson chi-square test, Cronbach’s alpha coefficient, and Bayes’ theorem to assess task difficulty, test reliability, and students’ levels of knowledge acquisition. The approach is demonstrated using illustrative model data from 40 students.

Keywords: primary education, mathematics, pedagogical diagnostics, probability theory, mathematical statistics, confidence interval, chi-square test, Bayes’ theorem.

Boshlang‘ich sinfda matematik bilimlarni baholash ko‘pincha bitta o‘qituvchi bahosiga tayanadi, bu esa tasodifiy omillarning ta’sirini hisobga olmaydi. Bola to‘g‘ri javobni topishi ham, bilmasdan taxmin qilishi ham mumkin; xato javob esa e’tiborsizlik oqibati bo‘lishi mumkin. Shu sababli diagnostika natijasi ehtimoliy xususiyatga ega, uni baholashda ehtimollar nazariyasi va matematik statistika vositalari zarur.

Mavzuning dolzarbligi ta’lim sifatini ob’ektiv o‘lchash, o‘quv dasturidagi “zaif” bo‘limlarni o‘z vaqtida aniqlash va yakka tartibdagi yordam ko‘rsatish ehtiyojidan kelib chiqadi.

Maqsad: boshlang‘ich sinf o‘quvchilarining matematik bilimlarini ehtimoliy-statistik metodlar asosida diagnostika qilish tartibini asoslash va amaliy misolda sinab ko‘rish.

Vazifalar:

– diagnostikaning ehtimoliy-statistik modelini bayon qilish;

– topshiriq qiyinligi, test ishonchliligi va o‘quvchi darajasini baholash ko‘rsatkichlarini tanlash;

– ikki sinf natijalarini taqqoslash mezonini ko‘rsatish;

– natijalarni talqin qilish bo‘yicha pedagogik tavsiyalar berish.

Diagnostikaning nazariy asoslari

Ehtimoliy-statistik yondashuvda har bir topshiriqqa javob tasodifiy hodisa deb qaraladi. Topshiriqni to‘g‘ri bajarish ehtimoli o‘quvchining tayyorgarligi va topshiriqning qiyinligiga bog‘liq. O‘quvchining bilim darajasi esa kuzatilmaydigan (yashirin) kattalik bo‘lib, uni faqat javoblar to‘plami orqali baholash mumkin.

Bu yondashuvda uchta asosiy g‘oya ishlatiladi.

1. Tanlanma va bosh to‘plam. Sinfdagi o‘quvchilar natijasi bo‘yicha butun tegishli o‘quvchilar to‘plami haqida xulosa chiqariladi; xulosaning aniqligi tanlanma hajmiga bog‘liq.

2. Tasodifiy javob omillari. Ko‘p variantli savolda o‘quvchi taxmin qilishi (tasodifiy topish ehtimoli) yoki bilsa ham xato qilishi (adashish ehtimoli) mumkin. Diagnostika bu ikki ehtimolni hisobga olishi kerak.

3. Statistik xulosa. Farqning tasodifiy ekanligi yoki yo‘qligi mezonlar (masalan, xi-kvadrat) yordamida tekshiriladi.

Bilim darajalarini ajratishda Blum taksonomiyasi (eslash, tushunish, qo‘llash) yoki o‘quv dasturining mavzu bloklari asos qilib olinadi. Maqolada blok sifatida qo‘shish-ayirish, ko‘paytirish jadvali, bo‘lish, matnli masalalar va geometrik kattaliklar qaraladi.

Tadqiqot metodikasi

Diagnostika to‘rt bosqichda o‘tkaziladi.

1. Tanlanma shakllantirish. Kamida 30 o‘quvchi (normal taqsimotga yaqinlashish uchun) tanlanadi; sinflar taqqoslanganda har bir guruhda o‘quvchilar soni imkon qadar teng bo‘ladi.

2. Test tuzish. Har bir mavzu bloki bo‘yicha kamida 2 ta topshiriq beriladi. Javoblar 0 (noto‘g‘ri) yoki 1 (to‘g‘ri) bilan baholanadi.

3. Ma’lumot yig‘ish. Test bir xil sharoitda, bir xil vaqt ichida o‘tkaziladi.

4. Statistik qayta ishlash. Topshiriq qiyinligi, umumiy ball ko‘rsatkichlari, test ishonchliligi va guruhlar farqi hisoblanadi.

Amaliy misolda 3-sinf o‘quvchilari uchun 10 topshiriqli test qaraladi: 1–2 topshiriq qo‘shish va ayirish, 3–4 ko‘paytirish jadvali, 5–6 bo‘lish, 7–8 matnli masalalar, 9–10 geometriya (perimetr va yuza). Barcha raqamlar metodikani ko‘rsatish uchun keltirilgan modelli ma’lumotlardir, real o‘lchov natijasi emas.

Statistik tahlil usullari

Diagnostikada beshta ko‘rsatkich ishlatiladi: topshiriq qiyinligi, ishonch oralig‘i, test ishonchliligi, guruhlar farqi va bilim o‘zlashtirilganligining ehtimoli.

1. Topshiriq qiyinlik indeksi. To‘g‘ri javob bergan o‘quvchilar ulushi: m — to‘g‘ri javoblar soni, n — o‘quvchilar soni.

$p = m / n$

Shartli talqin: $p < 0{,}40$ — qiyin; $0{,}40 \le p \le 0{,}80$ — o‘rtacha; $p > 0{,}80$ — oson topshiriq.

2. Ulush uchun taxminiy 95 % ishonch oralig‘i. Tanlanma ulushining noaniqligini ko‘rsatadi.

$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{(p(1 - p) / n)}$

O‘rtacha ball uchun oraliq: o‘rtacha $\pm$ t · s/√n, bunda s — standart og‘ish, t — Student koeffitsienti (n = 40 da $t \approx 2{,}02$).

3. Test ishonchliligi (Kronbax alfa). k — topshiriqlar soni, p_i — i-topshiriq qiyinligi, s^2 — umumiy ball dispersiyasi.

$\alpha = k/(k - 1) \cdot (1 - \Sigma_{i=1}^{k} p_i(1 - p_i) / s^2)$

$\alpha \ge 0{,}70$ odatda qabul qilarli ishonchlilik deb hisoblanadi; sinf ichidagi qaror uchun 0,60–0,70 oralig‘i ham yordamchi sifatida qo‘llanadi, ammo yakuniy xulosa uchun yetarli emas.

4. Ikki guruh farqini tekshirish (Pirson xi-kvadrat). 2×2 jadvalda a, b — birinchi guruhda “yetarli” va “yetarli emas” o‘quvchilar soni; c, d — ikkinchi guruhda.

$\chi^2 = n(ad - bc)^2 / ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$

1 erkinlik darajasida $\chi^2 > 3{,}841$ bo‘lsa, farq 0,05 ahamiyatlilik darajasida statistik jihatdan ahamiyatli hisoblanadi.

5. Bayes teoremasi bilan o‘zlashtirish ehtimoli. M — o‘quvchi mavzuni o‘zlashtirgan, T — topshiriq to‘g‘ri bajarilgan. P(T | M) = 1 − adashish ehtimoli; P(T | M emas) = taxmin qilib topish ehtimoli.

$P(M \mid T) = P(T \mid M) \cdot P(M) / (P(T \mid M) \cdot P(M) + P(T \mid \bar{M}) \cdot P(\bar{M}))$

Har bir yangi javobdan keyin olingan ehtimol keyingi hisobda boshlang‘ich qiymat sifatida ishlatiladi.

Amaliy misol (modelli ma’lumotlar)

40 nafar 3-sinf o‘quvchisi 10 topshiriqli test topshirgan deb faraz qilamiz. O‘rtacha umumiy ball 5,85 (234 ta to‘g‘ri javob / 40 o‘quvchi), standart og‘ish s = 2,4.

Topshiriq qiyinligi va 95 % ishonch oralig‘i (oraliq chegaralari tashqariga qarab yaxlitlangan):

№	Mavzu bloki	To‘g‘ri javoblar	p	95 % oraliq	Talqin
1	Qo‘shish va ayirish	34	0,850	0,73–0,97	oson
2	Qo‘shish va ayirish	31	0,775	0,64–0,91	o‘rtacha
3	Ko‘paytirish jadvali	28	0,700	0,55–0,85	o‘rtacha
4	Ko‘paytirish jadvali	26	0,650	0,50–0,80	o‘rtacha
5	Bo‘lish	22	0,550	0,39–0,71	o‘rtacha
6	Bo‘lish	20	0,500	0,34–0,66	o‘rtacha
7	Matnli masala	18	0,450	0,29–0,61	o‘rtacha
8	Matnli masala	15	0,375	0,22–0,53	qiyin
9	Perimetr	24	0,600	0,44–0,76	o‘rtacha
10	Yuza	16	0,400	0,24–0,56	o‘rtacha (qiyin chegarasida)

Bloklar bo‘yicha o‘rtacha qiyinlik: qo‘shish-ayirish 0,81; ko‘paytirish 0,68; geometriya 0,50; bo‘lish 0,53 (0,525); matnli masalalar 0,41. Eng zaif blok — matnli masalalar, shu blokda ishonch oralig‘i ham eng quyi qismda joylashgan.

O‘rtacha ball uchun oraliq. Standart xato $2{,}4/\sqrt{40} \approx 0{,}38$; chegara $2{,}02 \cdot 0{,}38 \approx 0{,}77$. Demak, 95 % ishonch oralig‘i taxminan 5,08–6,62 ball.

Test ishonchliligi. $\Sigma p(1-p) = 2{,}199$, $s^2 = 5{,}76$ bo‘lganda:

$\alpha = 10/9 \cdot (1 - 2{,}199/5{,}76) \approx 0{,}69$

Ishonchlilik chegaraviy: test bashorat uchun emas, sinf darajasidagi umumiy diagnostika uchun yaroqli; topshiriq sonini oshirish yoki past farqlovchi topshiriqlarni almashtirish tavsiya etiladi.

Ikki sinf taqqoslanishi. Bir xil testni an’anaviy usulda o‘qitilgan 3-“A” sinfi (40 o‘quvchi) va interfaol usulda o‘qitilgan 3-“B” sinfi (40 o‘quvchi) topshirdi; “yetarli” daraja deb 6 va undan yuqori ball olingan:

Sinf	Yetarli	Yetarli emas	Jami
3-“A”	24 (60 %)	16	40
3-“B”	31 (77,5 %)	9	40

$\chi^2 = 80 \cdot (24 \cdot 9 - 16 \cdot 31)^2 / (40 \cdot 40 \cdot 55 \cdot 25) = 80 \cdot 78400 / 2\,200\,000 \approx 2{,}85$

$2{,}85 < 3{,}841$ bo‘lgani uchun ($p \approx 0{,}09$) farq 0,05 darajasida ahamiyatli emas: 17,5 foiz bandlik farq kuzatilgan, ammo 40 kishilik guruhlarda uni tasodifdan ajratib bo‘lmaydi.

Bayes yordamida mavzuni o‘zlashtirish ehtimoli. Ko‘paytirish jadvali bo‘yicha 4 variantli savolda boshlang‘ich ehtimol P(M) = 0,5, adashish ehtimoli 0,10, taxmin qilib topish ehtimoli 0,25 deb olamiz.

– Birinchi javob to‘g‘ri: $P(M \mid T) = 0{,}9 \cdot 0{,}5 / (0{,}9 \cdot 0{,}5 + 0{,}25 \cdot 0{,}5) = 0{,}45/0{,}575 \approx 0{,}78$.

– Ikkinchi javob ham to‘g‘ri: $0{,}9 \cdot 0{,}78 / (0{,}9 \cdot 0{,}78 + 0{,}25 \cdot 0{,}22) \approx 0{,}93$.

– Birinchi javob noto‘g‘ri bo‘lsa: $0{,}1 \cdot 0{,}5 / (0{,}1 \cdot 0{,}5 + 0{,}75 \cdot 0{,}5) \approx 0{,}12$.

Bitta to‘g‘ri javob mavzuning o‘zlashtirilganini kafolatlamaydi, ammo ketma-ket javoblar ishonchni tez oshiradi.

Natijalarni muhokama qilish va tavsiyalar

Modelli misol ehtimoliy-statistik yondashuv oddiy foiz hisobidan kengroq xulosa berishini ko‘rsatadi.

– Zaif bloklarni aniqlash. Matnli masalalar ($p \approx 0{,}41$) va geometriya ($p = 0{,}50$) bo‘yicha qo‘shimcha mashg‘ulot rejalashtiriladi; faqat qiyinligi past topshiriqlar emas, ishonch oralig‘i ham hisobga olinadi.

– Noaniqlikni ko‘rsatish. 40 kishilik sinfda bitta topshiriq bo‘yicha ulush ±15 foiz atrofida o‘zgarishi mumkin, shuning uchun bitta topshiriq natijasiga tayanib qaror qabul qilinmaydi.

– Guruhlarni taqqoslash. 17,5 foizlik farq ahamiyatli bo‘lmadi; metodning samaradorligi haqida xulosa uchun tanlanmani kengaytirish yoki testni takrorlash lozim.

– Test sifati. $\alpha \approx 0{,}69$ test sifatini yaxshilash zarurligini bildiradi: topshiriqlarni ko‘paytirish va javoblari butun testga bog‘liq bo‘lmagan topshiriqlarni almashtirish kerak.

– Individual diagnostika. Bayes yondashuvi bitta javobga emas, javoblar ketma-ketligiga asoslanadi; bu o‘quvchini “o‘zlashtirdi / o‘zlashtirmadi” deb shoshilib tasniflashdan saqlaydi.

Chegaralar: usul bir xil sharoitda o‘tkazilgan test va yetarli tanlanmani talab qiladi, xi-kvadrat mezoni uchun har bir katakda kutilgan chastota kamida 5 bo‘lishi kerak. Statistik natija o‘qituvchi kuzatuvini almashtirmaydi, uni to‘ldiradi.

Ehtimoliy-statistik metodlar boshlang‘ich sinf o‘quvchilarining matematik bilimini baholashda noaniqlikni miqdoriy ko‘rsatishga imkon beradi. Topshiriq qiyinlik indeksi va

ishonch oralig‘i zaif mavzularni aniqlaydi, Kronbax alfa test ishonchliligini, xi-kvadrat mezoni guruhlar farqining ahamiyatini, Bayes teoremasi esa yakka o‘quvchi bo‘yicha o‘zlashtirish ehtimolini baholaydi. Modelli misolda matnli masalalar eng zaif blok, test ishonchliligi chegaraviy ($\alpha \approx 0{,}69$), ikki sinf farqi esa statistik jihatdan ahamiyatsiz ($\chi^2 \approx 2{,}85$) bo‘lib chiqdi. Taklif etilgan tartibni real sinflarda sinab ko‘rish va yirikroq tanlanmada tekshirish keyingi tadqiqotlar vazifasidir.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Jumayev M.E., Tadjiyeva Z.G‘. Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi: darslik. — Toshkent, 2005.Matn

2. Formanov Sh.Q. Ehtimolliklar nazariyasi. — Toshkent: Universitet, 2014.

3. Egamov M.X., Gulomova M.M. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika elementlarini qonuniyat va tushunchalarni aniqlashda analogiya komponentlaridan foydalanish. — 2024, 572–579-betlar. Maqola

4. Nasridinova G. Boshlang‘ich sinflarni o‘qitishda matematika va mantiq. — 415–421-betlar.

5. Sidiqova D.Sh., Jabborova G‘.A. Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitishda interfaol metodlaridan foydalanish. — Buxoro davlat universiteti.

6. O‘zbekiston Milliy universiteti, Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika kafedrasi: V.I. Romanovskiy, T.A. Sarimsoqov, S.H. Sirojiddinov, T.A. Azlarov, Sh.Q. Formanov va ularning shogirdlari yaratgan o‘zbek ehtimollar nazariyasi maktabi haqida.

7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая школа.

8. Pearson K. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling // Philosophical Magazine, 1900.

9. Cronbach L.J. Coefficient alpha and the internal structure of tests // Psychometrika, 1951.

10. Bloom B.S. Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. — New York: David McKay, 1956.

11. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. — Copenhagen: Danish Institute for Educational Research, 1960.