Qabul qilindi: 23-noyabr 2026-yil • Ma’qullandi: 25-noyabr 2026-yil • Nashr qilindi: 27-noyabr 2026-yil

HAQIQIY SONLAR TUSHUNCHASINI UMUMIY O‘RTA TA’LIM MAKTABLARIDA O‘QITISH METODIKASI

Axmadaliyeva Dilrabo Xabibullayevna

Andijon davlat pedagogika instituti, Pedagogika fakulteti, Boshlang‘ich ta’lim kafedrasi o‘qituvchisi

Mamanazarova Gulchiroy Sherzod qizi

Andijon davlat pedagogika instituti, Pedagogika fakulteti, Boshlang‘ich ta’lim yo‘nalshi 2-bosqich talabasi, gulchiroymamanazarova06@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada haqiqiy sonlar tushunchasining tarixiy rivoji, ratsional va irratsional sonlarning mohiyati, haqiqiy sonlar to‘plamining asosiy xossalari hamda ularni umumiy o‘rta ta’lim maktablarida o‘qitish metodikasi yoritilgan. √2 ning irratsionalligi isbotlanadi, o‘nli yoyilmalar, modul, taqribiy hisoblash mavzulari bo‘yicha masalalar yechimlari bilan keltiriladi. O‘quvchilarning tipik tushunmovchiliklari tahlil qilinib, ularni bartaraf etish yo‘llari va baholash mezonlari taklif etiladi.

Kalit so‘zlar: haqiqiy son, ratsional son, irratsional son, o‘nli yoyilma, son o‘qi, modul, taqribiy hisoblash, matematika o‘qitish metodikasi.

Аннотация. В статье рассматриваются история понятия действительного числа, рациональные и иррациональные числа, свойства множества действительных чисел и методика их изучения в средней школе. Приведено доказательство иррациональности √2, решены задачи на десятичные разложения, модуль и приближённые вычисления, проанализированы типичные ошибки учащихся и предложены критерии оценивания.

Ключевые слова: действительное число, рациональное число, иррациональное число, десятичная дробь, числовая прямая, модуль, приближённые вычисления.

Abstract. The article discusses the historical development of the concept of real numbers, the nature of rational and irrational numbers, the main properties of the set of real

numbers, and a methodology for teaching them in secondary school. A proof of the irrationality of √2 is given; problems on decimal expansions, absolute value and approximation are solved in detail. Typical pupil misconceptions are analysed and ways of overcoming them, together with an assessment rubric, are proposed.

Keywords: real number, rational number, irrational number, decimal expansion, number line, absolute value, approximation, mathematics education.

KIRISH

Haqiqiy son tushunchasi maktab matematikasining markaziy tushunchalaridan biri bo‘lib, algebra, geometriya va matematik tahlil kurslarining poydevorini tashkil etadi. Funksiya grafigi, tenglama va tengsizliklar, limit, hosila va integral – barchasi haqiqiy sonlar to‘plamining xossalariga tayanadi. Shunga qaramay, aynan shu mavzu o‘quvchilar uchun eng mavhum va tushunish qiyin mavzulardan biri hisoblanadi: o‘quvchi 0,(9) va 1 ning tengligiga, √2 ning chekli yoki davriy o‘nli kasr bo‘la olmasligiga ko‘pincha ishonmaydi.

O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonunida [10] o‘quvchilarda mustaqil va mantiqiy fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirish ta’lim sifatining muhim sharti sifatida ko‘rsatilgan. Matematik ta’limning xalqaro andozalarida ham, xususan NCTM standartlarida [7], sonlar va ularning xossalarini tushunish, turli ko‘rinishdagi sonlarni o‘zaro bog‘lay olish asosiy maqsadlardan biri sanaladi. Haqiqiy sonlar mavzusi aynan shu maqsadlarga xizmat qiladi. Tadqiqotning maqsadi – haqiqiy sonlar tushunchasini maktabda o‘qitishning ilmiy-metodik asoslarini yoritish va o‘quvchilar tushunmovchiliklarini bartaraf etishga yo‘naltirilgan metodik tizimni taklif etishdir. Son tushunchasi sanash ehtiyojidan tug‘ilgan natural sonlardan boshlanib, bosqichma-bosqich kengayib borgan. Ayirish amali manfiy va nol sonlarni, bo‘lish amali kasrlarni (ratsional sonlarni) taqozo etdi. Qadimgi yunon pifagorchilari uchun barcha miqdorlar umumiy o‘lchovga ega, ya’ni ikki butun sonning nisbati sifatida ifodalanadi, deb hisoblanardi. Kvadrat tomoni va diagonalining o‘lchovdosh emasligining aniqlanishi (bu kashfiyot odatda pifagorchilarga nisbat beriladi) irratsional miqdorlarning mavjudligini ko‘rsatdi va matematikada chuqur inqirozga sabab bo‘ldi [4; 9]. O‘rta asr Sharq matematikasi bu sohaga katta hissa qo‘shgan. Tarixchilarning

ta’kidlashicha, Umar Xayyom irratsional miqdorlarni ham son sifatida qabul qilish tarafdori bo‘lgan. G‘iyosiddin Jamshid Koshiy esa “Miftoh al-hisob” (1427) asarida o‘nli kasrlar nazariyasini batafsil bayon etgan va π sonini o‘nli kasrning 16 ta raqamigacha aniqlikda hisoblagan. O‘nli kasrlar keyinchalik Yevropada ommalashib, haqiqiy sonlarning o‘nli yoyilma ko‘rinishidagi tasviriga yo‘l ochdi.

Haqiqiy sonning qat’iy nazariyasi XIX asrning ikkinchi yarmida yaratildi: 1872-yilda R. Dedekind [5] “kesimlar” orqali, G. Kantor esa fundamental ketma-ketliklar orqali haqiqiy sonlarni aniq ta’rifladi. Shu bilan sonlar o‘qining uzluksizligi, ya’ni unda “bo‘shliqlar” yo‘qligi mantiqiy asoslandi [8]. Maktab darajasida bu nazariyalar to‘liq o‘rganilmaydi, lekin o‘qituvchi uchun tarixiy lavhalar mavzuga qiziqish uyg‘otadi va tushunchaning tabiiy zaruratini ko‘rsatadi. Maktab matematikasida sonli to‘plamlar zanjiri $N \subset Z \subset Q \subset R$ ko‘rinishida beriladi: har bir keyingi to‘plam oldingisini o‘z ichiga oladi. Haqiqiy sonlar to‘plami ratsional va irratsional sonlar birlashmasidan iborat, ularning umumiy elementi yo‘q. 1-jadvalda bu to‘plamlar ta’rifi va misollari bilan keltirilgan.

1-jadval. Asosiy sonli to‘plamlar

To‘plam	Belgisi	Ta’rifi	Misollar
Natural sonlar	N	Sanashda ishlatiladigan sonlar: 1, 2, 3, …	1; 25; 1000
Butun sonlar	Z	Natural sonlar, ularga qarama-qarshi sonlar va nol	−7; 0; 12
Ratsional sonlar	Q	p/q ko‘rinishdagi sonlar (p – butun, q – natural)	−3/4; 0,25; 5; 0,(3)
Irratsional sonlar	I	Ratsional bo‘lmagan sonlar; cheksiz davriy bo‘lmagan o‘nli kasr	√2; √5; π; 0,101001000…
Haqiqiy sonlar	R	Ratsional va irratsional sonlar birlashmasi	Yuqoridagi barcha sonlar

Haqiqiy sonlar son o‘qidagi nuqtalar bilan o‘zaro bir qiymatli moslikda: har bir haqiqiy

songa o‘qda yagona nuqta mos keladi va aksincha. Bu moslik sonlarni geometrik tasavvur qilish imkonini beradi va o‘quvchi uchun muhim tayanch obrazdir. Har qanday ratsional sonni o‘nli kasr ko‘rinishida yozish mumkin va u yo chekli (masalan, 3/4 = 0,75), yoki cheksiz davriy (masalan, 1/3 = 0,(3), 1/7 = 0,(142857)) bo‘ladi. Buning sababi p ni q ga burchakli bo‘lishda qoldiqlar faqat 0 dan q − 1 gacha qiymat qabul qilishi, ular takrorlanganda esa raqamlar ham davriy takrorlanishidir. Teskari tasdiq ham o‘rinli: har qanday chekli yoki cheksiz davriy o‘nli kasr ratsional sondir. Davriy kasrni oddiy kasrga aylantirish ko‘nikmasi o‘quvchida davriylik va ratsionallik o‘rtasidagi bog‘liqlikni tushunishga yordam beradi. Quyida uchta misol keltirilgan.

1-masala. 0,(27) ni oddiy kasrga aylantiring. Yechim: x = 0,2727… deylik. 100x = 27,2727…. Ikkinchi tenglikdan birinchisini ayiramiz: 99x = 27, bundan x = 27/99 = 3/11. Javob: 3/11.

2-masala. 0,1(6) ni oddiy kasrga aylantiring. Yechim: x = 0,1666…. 10x = 1,666…, 100x = 16,666…. 100x − 10x = 15, ya’ni 90x = 15, x = 15/90 = 1/6. Javob: 1/6.

3-masala. 0,(9) = 1 ekanini ko‘rsating. Yechim: x = 0,999…. 10x = 9,999…. 10x − x = 9, ya’ni 9x = 9, x = 1. Javob: 0,(9) = 1.

3-masala o‘quvchilar uchun eng bahsli misollardan biridir. Ular “0,999… har doim 1 dan sal kichik” deb o‘ylaydi. Bunday holda ikki xil raqam yozuvi bitta sonni ifodalashi mumkinligini tushuntirish va 1 − 0,(9) ayirmasi nolga teng ekanini (har qanday musbat sondan kichik) ko‘rsatish foydali.

Irratsional son deb p/q ko‘rinishida ifodalab bo‘lmaydigan haqiqiy songa aytiladi. Uning o‘nli yoyilmasi cheksiz va davriy emas. Birinchi isbotlangan irratsional son √2 bo‘lib, uning isboti maktab o‘quvchilariga ham tushunarli bo‘lgan “teskarisini faraz qilish” usulining ajoyib namunasidir [3; 8].

Teorema. √2 irratsional son.

Isbot. Faraz qilaylik, √2 ratsional: √2 = p/q, bu yerda p va q butun sonlar, p/q qisqarmas kasr. Tenglikni kvadratga oshiramiz: $2 = p^2/q^2$, bundan $p^2 = 2q^2$. Demak, p^2 juft, shuning uchun p ham juft: p = 2k. U holda $4k^2 = 2q^2$, ya’ni $q^2 = 2k^2$. Demak, q^2 juft va q ham juft.

Natijada p va q ikkalasi ham 2 ga bo‘linadi, bu esa p/q ning qisqarmasligiga zid. Farazimiz noto‘g‘ri, demak √2 – irratsional son. ■

Geometrik jihatdan √2 tomoni 1 ga teng kvadratning diagonali uzunligidir (Pifagor teoremasi: $1^2 + 1^2 = 2$). Bu konkret tasavvur o‘quvchiga irratsional son “ixtiro” emas, balki real geometrik kattalik ekanini ko‘rsatadi. π soni (aylana uzunligining diametriga nisbati) irratsionalligi 1761-yilda I. Lambert tomonidan, e sonining irratsionalligi esa L. Eyler tomonidan isbotlangan.

Irratsional sonlar ustida amallarni bajarishda quyidagi tasdiqlar tez-tez ishlatiladi: ratsional va irratsional sonning yig‘indisi irratsional; noldan farqli ratsional sonning irratsional songa ko‘paytmasi irratsional. Biroq ikki irratsional sonning yig‘indisi yoki ko‘paytmasi ratsional bo‘lishi ham mumkin.

4-masala. √2 + 1 irratsional ekanini isbotlang. Yechim: Teskarisini faraz qilamiz: √2 + 1 = r – ratsional son. U holda √2 = r − 1 ham ratsional bo‘ladi, bu esa teoremaga zid. Demak, √2 + 1 irratsional.

5-masala. (√3 − 1)(√3 + 1) ni hisoblang. Yechim: $(\sqrt{3})^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2$. Bu misolda ikki irratsional sonning ko‘paytmasi ratsional son bo‘ldi. Javob: 2.

6-masala. 1/(√5 − 2) ning maxrajini irratsionallikdan qutqaring. Yechim: Surat va maxrajni (√5 + 2) ga ko‘paytiramiz: $(\sqrt{5} + 2)/((\sqrt{5})^2 - 2^2) = (\sqrt{5} + 2)/(5 - 4) = \sqrt{5} + 2$. Javob: √5 + 2.

Har ikkita a va b haqiqiy son uchun uch munosabatdan faqat bittasi o‘rinli: a < b, a = b yoki a > b. Son o‘qida katta son o‘ngda joylashadi. O‘nli kasrlarni taqqoslashda ularning raqamlari xonalar bo‘yicha chapdan o‘ngga qiyoslanadi.

7-masala. √5 va 2,2 sonlarini taqqoslang. Yechim: ikkala son musbat, shuning uchun ularning kvadratlarini taqqoslash mumkin: $(\sqrt{5})^2 = 5$, $2{,}2^2 = 4{,}84$. 5 > 4,84, demak √5 > 2,2. Javob: √5 > 2,2.

Har qanday ikki turli haqiqiy son orasida cheksiz ko‘p ratsional va cheksiz ko‘p irratsional son mavjud. Masalan, 1,41 va 1,42 orasida irratsional √2 joylashgan, chunki $1{,}41^2 = 1{,}9881 < 2 < 2{,}0164 = 1{,}42^2$. Bu xossa ratsional sonlar “zich” bo‘lsa ham ular son o‘qini

to‘ldirmasligini, irratsional sonlar esa o‘qdagi qolgan “bo‘shliqlarni” to‘ldirishini ko‘rsatadi [8].

a haqiqiy sonning moduli |a| shu sonning son o‘qida koordinata boshidan (0 nuqtadan) masofasini bildiradi: |a| = a (a ≥ 0 bo‘lsa), |a| = −a (a < 0 bo‘lsa). Modul xossalari 2-jadvalda keltirilgan.

2-jadval. Modulning asosiy xossalari

Xossa	Yozuvi	Misol
Manfiymaslik	$\|a\| \geq 0$	$\|-5\| = 5$
Qarama-qarshi sonlar moduli	$\|-a\| = \|a\|$	$\|-2{,}5\| = \|2{,}5\|$
Ko‘paytma moduli	$\|a \cdot b\| = \|a\| \cdot \|b\|$	$\|-3 \cdot 4\| = 12$
Uchburchak tengsizligi	$\|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$	$\|-2 + 5\| = 3 \leq 7$
Masofa ma’nosi	$\|a - b\|$ – a va b orasidagi masofa	$\|3 - 8\| = 5$

8-masala. |x − 3| < 2 tengsizlikni yeching. Yechim: x sonidan 3 gacha masofa 2 dan kichik, ya’ni −2 < x − 3 < 2. Barcha qismlarga 3 ni qo‘shamiz: 1 < x < 5. Javob: (1; 5).

9-masala. |2x − 1| ≥ 3 tengsizlikni yeching. Yechim: bu tengsizlik ikki holga ajraladi: 2x − 1 ≥ 3 yoki 2x − 1 ≤ −3. Birinchisidan x ≥ 2, ikkinchisidan x ≤ −1. Javob: (−∞; −1] ∪ [2; +∞).

Amaliyotda irratsional sonlar o‘nli kasr ko‘rinishida taqribiy qiymat bilan almashtiriladi. Taqribiy qiymatning sifati xato bilan baholanadi: absolyut xato Δ = |a − a_0|, bu yerda a – aniq qiymat, a_0 – taqribiy qiymat; nisbiy xato δ = Δ / |a|, odatda foizlarda ifodalanadi. Hayotiy masalalarda (qurilish, mashinasozlik, fizik o‘lchashlar) mos aniqlikni tanlash muhim.

10-masala. π ni 3,14 gacha yaxlitlashda absolyut va nisbiy xatoni baholang. Yechim: π ≈ 3,14159265…. Δ = 3,14159265… − 3,14 ≈ 0,00159, ya’ni Δ < 0,002. Nisbiy xato δ ≈ 0,00159 / 3,14159 ≈ 0,0005, ya’ni taxminan 0,05 %. Javob: Δ < 0,002; δ ≈ 0,05 %.

11-masala. √3 ning 0,001 gacha aniqlikdagi qiymatini toping. Yechim: $1{,}732^2$ =

2,999824 < 3 va 1,733² = 3,003289 > 3, shuning uchun 1,732 < √3 < 1,733. Javob: √3 ≈ 1,732.

Sonni biror xonagacha yaxlitlashda tashlab yuboriladigan birinchi raqam 5 yoki undan katta bo‘lsa, oxirgi saqlanadigan raqam 1 ga oshiriladi, aks holda u o‘zgarmaydi. Masalan, 2,5467 sonini yuzdan birlargacha yaxlitlasak 2,55 (tashlanadigan birinchi raqam 6), o‘ndan birlargacha yaxlitlasak 2,5 (tashlanadigan birinchi raqam 4) hosil bo‘ladi. Yaxlitlash jarayonida xato albatta paydo bo‘ladi, shuning uchun oraliq hisoblarda yaxlitlamaslik, faqat yakuniy javobni yaxlitlash tavsiya etiladi.

11-masalada qo‘llangan usul – “ikki chekka orasiga olish” – kalkulyatorsiz irratsional sonni istalgan aniqlikda topish mumkinligini ko‘rsatadi va o‘quvchilarda yaqinlashish g‘oyasini shakllantiradi: yoyilmaning har bir yangi raqami xatoni o‘nlab marta kamaytiradi.

Haqiqiy sonlar mavzusi mavhum ko‘rinsa-da, kundalik hayotda keng uchraydi. O‘quvchilarga bu bog‘liqlikni ko‘rsatish mavzuga qiziqishni oshiradi. Quyida bir necha misol keltiriladi. A seriyadagi qog‘ozlarning (A4, A3 va boshqalar) uzun tomonining qisqa tomoniga nisbati √2 ga teng. Haqiqatan, A4 qog‘ozining o‘lchami 210 × 297 mm, 297 : 210 ≈ 1,414, ya’ni √2 ≈ 1,414 ga yaqin. Qog‘ozni o‘rtasidan buklash shu nisbatni saqlaydi. Aylana uzunligi C = 2πr va doira yuzi S = πr² formulalarida irratsional π soni ishtirok etadi. Amaliy hisoblarda π ning mos taqribiy qiymati (3,14 yoki 3,1416) tanlanadi. (1 + √5)/2 ≈ 1,618 soni me’morchilik va tasviriy san’atda uchraydigan irratsional nisbatdir. Kvadrat shaklidagi maydonning diagonalini topishda a√2 ifodasi ishlatiladi: tomoni 10 m bo‘lgan kvadratning diagonali 10√2 ≈ 14,14 m.

Quyidagi masalalar o‘quvchilarga mustaqil ish yoki uy vazifasi sifatida tavsiya etiladi (javoblari ham keltirilgan).

13-masala. 0,(45) ni oddiy kasrga aylantiring. Javob: x = 0,4545…; 100x − x = 45; x = 45/99 = 5/11.

14-masala. √50 + √18 − √8 ni soddalashtiring. Javob: √50 = 5√2, √18 = 3√2, √8 = 2√2; yig‘indi 5√2 + 3√2 − 2√2 = 6√2.

15-masala. √10 qaysi ikki ketma-ket butun son orasida joylashgan? Javob: 3² = 9 < 10

< 16 = 4², shuning uchun 3 < √10 < 4.

16-masala. |x + 2| = 5 tenglamani yeching. Javob: x + 2 = 5 yoki x + 2 = −5; x = 3 yoki x = −7.

O‘qituvchi mustaqil ish topshiriqlarini tabaqalashtirishi mumkin: tayanch darajada 13 va 15-masalalar, yuqori darajada 14 va 16-masalalar, shuningdek, “O‘z misolingni tuz va yech” topshirig‘i. O‘quvchilarning o‘z masalasini tuzishi tushunchani chuqur o‘zlashtirganini ko‘rsatadi.

Bundan tashqari, qiziqtiruvchi vazifa sifatida o‘quvchilarga quyidagi savolni berish mumkin: “Son o‘qida irratsional sonlar ko‘pmi yoki ratsionalmi?” Maktab darajasida to‘liq javob berilmasa-da, bu savol Kantor g‘oyalariga ishora qilib, irratsional sonlar “ko‘proq” ekanini (ratsional sonlar sanoqli, haqiqiy sonlar esa sanoqsiz) qiziqish uyg‘otish maqsadida eslatib o‘tish imkonini beradi [8; 9].

J. Bruner [2] bilimni harakat, tasvir va belgi bosqichlarida o‘zlashtirish g‘oyasini ilgari surgan. Haqiqiy sonlar mavzusida bu quyidagicha amalga oshiriladi: o‘quvchi avval kvadrat diagonalini chizg‘ich bilan o‘lchaydi (harakat), son o‘qida nuqta sifatida tasvirlaydi (tasvir), so‘ng uning irratsionalligini isbotlaydi (belgi).

D. Toll va S. Vinner [11] o‘quvchida tushunchaning “obrazi” va rasmiy “ta’rifi” har doim ham mos kelmasligini ko‘rsatgan: o‘quvchi irratsional sonni “yozib bo‘lmaydigan, cheksiz son” deb tasavvur qilishi mumkin, ta’rifni esa bilsa ham amalda ishlatmaydi. Shu sababli ta’rif bilan bir qatorda ko‘p va xilma-xil misollarni (irratsional va ratsional) taqqoslab o‘rganish zarur.

E. Fishbeyn va hammualliflari [6] o‘rta maktab o‘quvchilari va bo‘lajak o‘qituvchilarning irratsional sonlar haqidagi tasavvurlarini o‘rganib, ularda ko‘plab chalkashliklar mavjudligini aniqlagan. Sirotich va Zazkis [12] esa o‘quvchilarning irratsional sonlarni son o‘qida joylashtirishda qiynalishini ko‘rsatgan: ular ko‘pincha π ni 22/7, ya’ni ratsional son bilan aynan bir deb hisoblaydi.

Dinamik geometriya dasturlari va kalkulyatorlar o‘quvchiga hodisani ko‘rish imkonini beradi: masalan, kalkulyator √2 ning dastlabki raqamlarini ko‘rsatadi, lekin ular hech

qachon takrorlanmasligini isbotlay olmaydi. Shu sababli raqamli vosita faqat kuzatish va farazni tekshirish uchun ishlatiladi, mantiqiy isbot esa o‘qituvchi rahbarligida o‘quvchining o‘z faoliyati orqali amalga oshiriladi.

3-jadval. Ratsional va irratsional sonlar qiyosi

Belgi	Ratsional sonlar	Irratsional sonlar
Ko‘rinishi	p/q (p – butun, q – natural)	p/q ko‘rinishida ifodalanmaydi
O‘nli yoyilma	Chekli yoki cheksiz davriy	Cheksiz va davriy emas
Misollar	−2; 0,5; 0,(3); 7/9	√2; √7; π; e
Son o‘qida	Zich joylashgan, lekin o‘qni to‘ldirmaydi	O‘qdagi qolgan nuqtalarni to‘ldiradi

Quyida 8–9-sinfda mavzuni kiritish darsining tavsiya etiladigan tuzilishi keltiriladi. Dars maqsadi: o‘quvchilar irratsional son tushunchasini o‘zlashtiradi, √2 ning irratsionalligini mantiqiy asoslaydi va oddiy irratsional sonlarni son o‘qida tasvirlaydi. Tomoni 1 ga teng kvadratning diagonalini chizg‘ichda o‘lchash. O‘quvchilar 1,4 sm atrofida natija oladi; savol: “Bu uzunlikni p/q ko‘rinishda yozish mumkinmi?” O‘qituvchi isbotni teskarisini faraz qilish usulida o‘quvchilar bilan birga bosqichma-bosqich olib boradi: har bir bosqichda “nima uchun p juft?” kabi savollar beriladi.

Juftliklarda 4–7-masalalar; guruhlar yechimlarini taqdim etadi. “Ratsional va irratsional sonlar farqini bir jumlada ayting” topshirig‘i va qisqa tekshiruv testi.

Dars oxirida o‘quvchilar uchun qiziqarli masala beriladi:

12-masala. $x^2 = 7$ tenglamaning ildizlari ratsional bo‘lishi mumkinmi? Yechim: √7 ning irratsionalligi xuddi √2 kabi isbotlanadi: agar $\sqrt{7} = p/q$ qisqarmas bo‘lsa, $p^2 = 7q^2$, demak p 7 ga bo‘linadi, $p = 7k$, bundan $q^2 = 7k^2$ va q ham 7 ga bo‘linadi – zidlik. Javob: yo‘q, ildizlari $\pm\sqrt{7}$ irratsional.

Metodik adabiyotlar [6; 11; 12] tahlili hamda amaliy dars tajribasi haqiqiy sonlar mavzusida quyidagi xatolar ko‘p uchrashini ko‘rsatadi (4-jadval).

4-jadval. Tipik xatolar va ularni bartaraf etish

Xato	Misol	Tuzatish yo‘li
π ni 22/7 bilan aynan deb hisoblash	“π = 22/7, demak π ratsional”	22/7 – taqribiy qiymat ekanini hisob bilan ko‘rsatish: 22/7 ≈ 3,142857, π ≈ 3,141593
0,(9) < 1 deb hisoblash	“0,999… 1 ga yetmaydi”	9x = 9 isboti va 1 − 0,(9) = 0 ni muhokama qilish
Uzun kasrni katta deb bilish	0,25 > 0,3, chunki 25 > 3	Raqamlarni xonalar bo‘yicha taqqoslash, son o‘qidan foydalanish
√(a + b) = √a + √b	√(9 + 16) = 3 + 4 = 7	Sonlar bilan tekshirish: √25 = 5, 7 ≠ 5
Modulni “minusni olib tashlash” deb tushunish	|x − 5| = x − 5 har doim	Masofa ma’nosi va ikki holni ko‘rib chiqish
Irratsional sonni faqat kvadrat ildiz deb bilish	“π irratsional emas, ildiz emas”	Irratsional sonlarning turli misollarini keltirish (π, e, 0,1010010001…)

Xatolar ustida ishlash uchun “qarshi misol” usuli samarali: o‘quvchi o‘z tasdig‘iga qarshi misol topishga harakat qiladi. Masalan, “ikki irratsional sonning yig‘indisi doim irratsional” degan tasdiq $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ misoli bilan rad etiladi.

Haqiqiy sonlar mavzusida o‘quvchilar yutuqlarini baholashda yakuniy javob bilan bir qatorda mantiqiy asoslash va tushunchalarni qo‘llash qobiliyati ham hisobga olinadi. Formativ baholash tamoyiliga [1] muvofiq 5-jadvaldagi rubrika taklif etiladi.

5-jadval. Baholash rubrikasi

Mezon	Yuqori daraja	O‘rta daraja	Boshlang‘ich daraja
Tushunchalarni bilish	Sonli to‘plamlarni aniq farqlaydi, misollar keltiradi	Ta’riflarni biladi, misollarda xato bor	Tushunchalarni chalkashtiradi
Isbotlash	Teorema isbotini mustaqil bayon qiladi	Isbotni yordam bilan bayon qiladi	Isbot mantiqini tushunmaydi
Hisoblash	O‘nli kasr, ildiz va modul bilan xatosiz ishlaydi	Kichik hisob xatolari bor	Ko‘p xato qiladi
Qo‘llash	Taqribiy hisob va hayotiy masalalarni yechadi	Tayyor namuna asosida yechadi	Mustaqil yecha olmaydi

XULOSA

Tadqiqot natijasida quyidagi xulosalar shakllantirildi. Birinchidan, haqiqiy sonlar tushunchasining tarixiy rivoji o‘quvchilarda irratsional sonlarga zaruriyat va qiziqish uyg‘otish uchun boy material beradi. Ikkinchidan, sonli to‘plamlar zanjiri $N \subset Z \subset Q \subset R$, ratsional sonlarning o‘nli yoyilmalari va irratsional sonlarning isbotli xossalari mavzuning mantiqiy asosini tashkil etadi. Uchinchidan, taklif etilgan masalalar tizimi (o‘nli kasrlarni oddiy kasrga aylantirish, isbotlash, taqqoslash, modul va taqribiy hisob) o‘quvchilarning hisoblash va mantiqiy fikrlash ko‘nikmalarini birgalikda rivojlantiradi. To‘rtinchidan, o‘quvchilarning tipik tushunmovchiliklarini oldindan bilish va ularni qarshi misollar bilan bartaraf etish ta’lim samaradorligini oshiradi.

O‘qituvchilarga quyidagi tavsiyalar beriladi: mavzuni muammoli vaziyat orqali kiritish; tushunchalarni geometrik (son o‘qi, diagonal) va arifmetik (o‘nli yoyilma) tasvirlar bilan bog‘lash; isbot jarayonini bosqichma-bosqich ochiq muhokama qilish; xatolarni tahlil qilishga alohida vaqt ajratish; rubrika asosida baholash. Kelgusi tadqiqotlarda taklif etilgan metodik tizimning samaradorligini pedagogik tajriba-sinov orqali o‘lchash maqsadga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Black P., Wiliam D. “Qora quti” ichida: Sinfdagi baholash orqali standartlarni oshirish. London: King’s College London, 1998.

2. Bruner J. S. Ta’lim jarayoni. Kembrij, MA: Harvard University Press, 1960.

3. Courant R., Robbins H. Matematika nima? G‘oyalar va usullarga boshlang‘ich yondashuv. Nyu-York: Oxford University Press, 1941.

4. Pólya G. Masalani qanday yechish kerak: Matematik usulning yangi jihati. Prinston: Princeton University Press, 1945.

5. Dedekind R. Uzluksizlik va irratsional sonlar. Braunshveyg: Vieweg, 1872.

6. Fischbein E., Jehiam R., Cohen D. O‘rta maktab o‘quvchilari va bo‘lajak o‘qituvchilarda irratsional sonlar tushunchasi // Educational Studies in Mathematics, 1995, 29-jild, 29–44-betlar.

7. Matematika o‘qituvchilari milliy kengashi (NCTM). Maktab matematikasi uchun tamoyillar va standartlar. Reston, VA: NCTM, 2000.

8. Rudin W. Matematik tahlil asoslari. 3-nashr. Nyu-York: McGraw-Hill, 1976.

9. Kline M. Qadimgi davrdan hozirgi kungacha matematik tafakkur. Nyu-York: Oxford University Press, 1972.

10. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni. O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari, O‘RQ-637-son, 2020-yil 23-sentabr.

11. Tall D., Vinner S. Matematikada tushuncha obrazi va tushuncha ta’rifi (limitlar va uzluksizlik misolida) // Educational Studies in Mathematics, 1981, 12-jild, 151–169-betlar.

12. Sirotic N., Zazkis R. Sonlar o‘qida irratsional sonlar – ular qayerda joylashgan? // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 2007, 38-jild, 4-son, 477–488-betlar.